NOTE DE L'ÉDITEUR

Ce cours de Géométrie de la Classe de Mathématiques Élémentaires est conçu dans le même esprit que les précédents. L'ouvrage est partagé en 24 leçons et respecte l'ordre du programme : géométrie orientée, transformations, coniques. L'étude de ces dernières est présentée, pour chacune d'elles, à partir de la définition classique. L'étude en est reprise ensuite à partir de la définition commune. Il semble que cette manière d'opérer soit de nouveau en faveur dans nos classes. Le plus grand soin a été apporté à la clarté des figures et au choix des exercices qui, dès les premières leçons, comportent des textes des problèmes proposés au Baccalauréat.

Quelques compléments, signalés dans le texte, ont été ajoutés à l'intention des candidats au Baccalauréat, section " Mathématiques et Technique ".

PROGRAMME DU 27 JUIN 1945

CLASSE DE MATHÉMATIQUES

Géométrie

Le programme de Géométrie de la classe de Mathématiques est un programme de complément, réduit à des lignes essentielles : l'enseignement comporte l'exposé de théories nouvelles et leurs principales applications; la révision et la mise au point des connaissances acquises dans les classes antérieures et des méthodes de raisonnement qui il ont fait leurs preuves, doivent être poursuivies par l'exécution d'exercices nombreux et gradués, où s'intégrera progressivement l'emploi des procédés nouveaux propres à la classe de Mathématiques. Cet enseignement fondamental est celui qui requiert le plus de soin et le plus de temps.

Toute liberté est laissée au professeur pour l'agencement de son cours.

I. — Vecteurs. — Equipollence. Rapport de deux vecteurs parallèles. Somme et différence vectorielles. Projections sur un plan et sur une droite. Projections sur un axe.

Systèmes d'axes de coordonnées. Projections d'un vecteur, coordonnées d'un point, dans le plan et dans l'espace. Transport des axes parallèlement à eux-mêmes.

Orientation de l'espace, orientation d'un plan. Mesures algébriques, dans un plan orienté, d'angles orientés de vecteurs ou de droites; lieu géométrique des points M d'un plan orienté tels que, A et B étant deux points fixes de ce plan, l'un des angles des vecteurs MA et MB ou des droites MA et MB ait une valeur algébrique données.

Trièdres. — Inégalités entre les faces. Trièdres supplémentaires ; inégalité entre les dièdres d'un trièdre. Trièdre orienté : sens d'un trièdre orienté.

II. — Figures égales dans l'espace; figures égales dans le plan.

Translation et rotation dans le plan et dans l'espace, définies comme transformations ponctuelles. Symétrie par rapport à une droite.

Deux figures données d'un même plan, directement égales, peuvent être déduites l'une de l'autre soit par une rotation, soit par une translation.

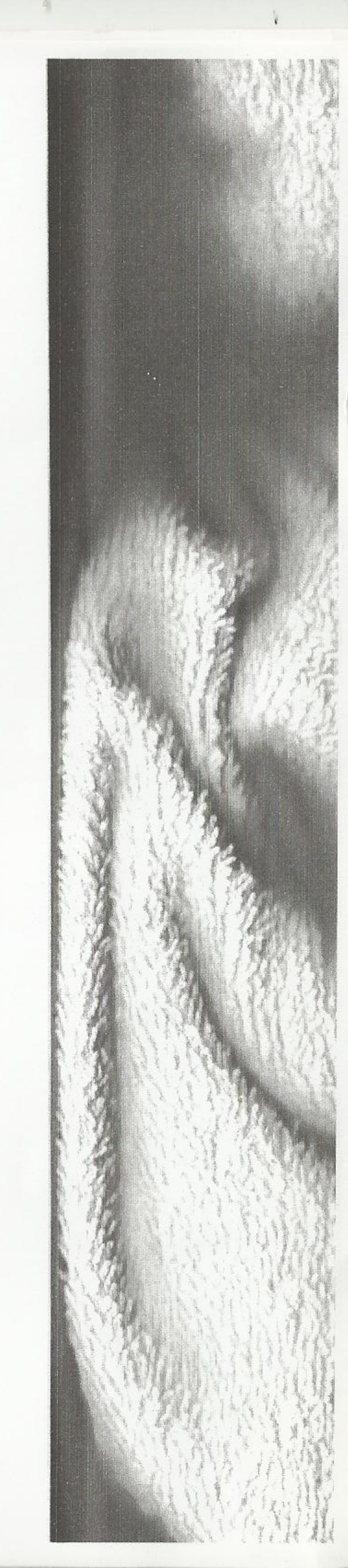
(L'étude du produit d'une translation et d'une rotation, ou de deux rotations, dans le plan et dans l'espace, n'est pas au programme.)

Symétrie par rapport à un point ou par rapport à un plan. Comparaison d'une figure symétrique d'une figure donnée F : 1° aux autres figures symétriques de F, 2° à la figure F elle-même; trièdres symétriques. Aires de deux polygones symétriques; volumes de deux polyèdres symétriques.

Homothétie, dans le plan et dans l'espace. Produit de deux homothéties.

Définition de deux figures semblables, dans le plan et dans l'espace. Rapport des aires de deux polygones semblables; rapport des volumes de deux polyèdres semblables.

Similitude plane, définie comme transformation ponctuelle. Deux figures données d'un même plan directement semblables peuvent en général être déduites l'une de l'autre par une rotation et une homothétie de même centre.



III. — Division harmonique sur une droite. Faisceau harmonique de droites. Polaire d'un point par rapport à deux droites.

Puissance d'un point par rapport à un cercle ou à une sphère. Axe radical de deux cercles. Plan radical de deux sphères. Différence des puissances d'un point par rapport à deux cercles ou à deux sphères.

Faisceaux de cercles : définition, différents genres de faisceaux. Condition d'orthogonalité de deux cercles; faisceaux orthogonaux. Condition d'orthogonalité de deux sphères.
Cercles passant par deux points et tangents à une droite donnée ou à un cercle donné.
Polaire d'un point par rapport à un cercle; pôle d'une droite. Plan polaire d'un point par rapport à une sphère; pôle d'un plan. (La transformation par polaires réciproques n'est pas au programme.)

Inversion (plan et espace). Projection stéréographique.

IV. — (Conformément à ce qui a été dit dans le préambule, toute liberté est laissée au professeur pour l'agencement de son cours sur les coniques. Pour l'étude de ces courbes et la résolution des problèmes classiques qui se posent à leur sujet, il partira chaque fois, de celle des propriétés caractéristiques qu'il jugera la plus commode.)

Définitions et propriétés caractéristiques de l'ellipse, de l'hyperbole et de la parabole :
Lieu géométrique des points dont la somme ou la différence des distances à deux points donnés a une valeur donnée;
Lieu géométrique des centres des cercles passant par un point donné et tangents à un cercle donné ou à une droite donnée;
Lieu géométrique des points dont le rapport des distances à un point donné et à une droite donnée a une valeur donnée;

Etude des trois coniques :
Construction par points ; directions asymptotiques de la parabole et de l'hyperbole. Points intérieurs et points extérieurs.
Tangente en un point ; asymptotes de l'hyperbole. Enveloppe d'une droite qui varie de telle façon que la projection d'un point fixe sur cette droite décrive un cercle ou une droite. Problèmes sur les tangentes ; théorèmes de Poncelet.
Intersection avec une droite.

Equations de l'ellipse et de l'hyperbole rapportées à leurs axes de symétrie. Equation de la parabole rapportée à son axe et à la tangente au sommet.

Ellipse considérée comme projection orthogonale d'un cercle.

Sections planes d'un cylindre et d'un cône de révolution.

PREMIÈRE PARTIE

ÉLÉMENTS ORIENTÉS

PREMIÈRE LEÇON

VECTEURS

● **1. Éléments orientés.** — L'utilisation d'éléments orientés en Géométrie permet de donner à certains théorèmes une forme à la fois plus précise et plus générale.

Un axe est une droite orientée. — C'est une droite sur laquelle on a fixé un sens de parcours. Ce sens indiqué par une flèche (fig. 1) est appelé sens positif de l'axe. A toute droite $x'x$ correspondent deux axes $\overrightarrow{x'x}$ et $\overrightarrow{xx'}$ de sens opposés.

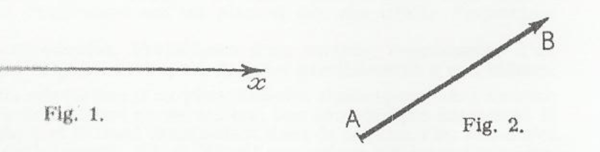


Fig. 1.

Fig. 2.

Un vecteur est un segment de droite orienté. — Le symbole $\overrightarrow{AB}$ désigne le vecteur d'origine A et d'extrémité B (fig. 2). La droite AB est le support du vecteur et la longueur AB est son *module*. Le sens de parcours de A vers B est le sens du vecteur $\overrightarrow{AB}$.

Un segment AB définit deux vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BA}$. Un vecteur $\vec{V}$ est nul lorsque son module est nul. On écrit : $\vec{V} = 0$.

L'unité de longueur étant choisie on appelle *vecteur unitaire* tout vecteur de module 1. Tout vecteur unitaire $\vec{i}$ porté par un axe $x'x$ (fig. 3) et de même sens que lui est dit *vecteur unitaire de l'axe $x'x$*.

x' $\vec{i}$ x

Fig. 3.

Deux vecteurs dont les supports sont parallèles (ou confondus) sont dits parallèles ou de même direction. Ces deux vecteurs peuvent être de même sens (fig. 6) ou de sens contraires (fig. 7).